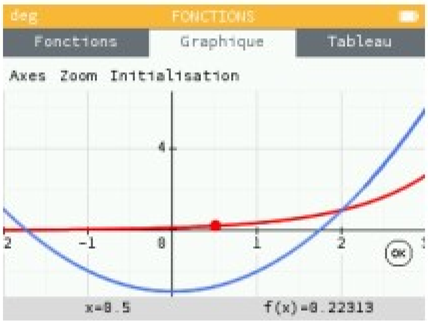
Corrigé

1. À l'aide d'une calculatrice, on obtient que, pour tout réel $x \in [-1;2]$, $f(x) \geqslant g(x)$.



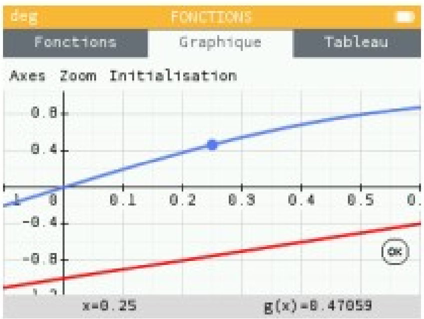
L'aire du domaine demandée, exprimée en u.a., est donc donnée par :

$$\int_{-1}^{2} [f(x) - g(x)]\, \mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} \left(\mathrm{e}^{x-2} - x^2 + 3\right)\, \mathrm{d}x.$$

On peut aussi répondre à cette question en étudiant les variations de la fonction $x \mapsto f(x) - g(x)$.

2. À l'aide d'une calculatrice, on obtient que, pour tout réel $x \in \left[0;\dfrac{1}{2}\right]$, $f(x) \leqslant g(x)$.

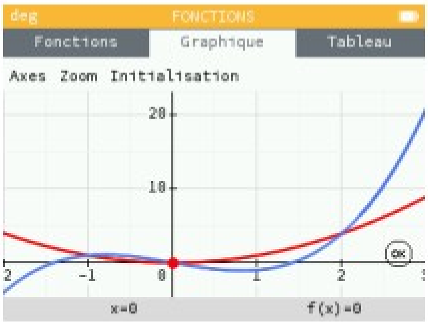
2. À l'aide d'une calculatrice, on obtient que, pour tout réel $x \in \left[0;\dfrac{1}{2}\right]$, $f(x) \leqslant g(x)$.



Donc l'aire du domaine demandée, exprimée en u.a., est donnée par :

$$\int_{0}^{\frac{1}{2}} [g(x) - f(x)]\, \mathrm{d}x = \int_{0}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2x}{x^2+1} - x + 1\right)\, \mathrm{d}x.$$

3. À l'aide d'une calculatrice, on obtient que, pour tout réel $x \in [-1;0]$, $f(x) \leqslant g(x)$ et, pour tout réel $x \in [0;2]$, $f(x) \geqslant g(x)$.



L'aire du domaine demandée, exprimée en u.a., est donc donnée par :

$$\int_{-1}^{0} [g(x) - f(x)]\, \mathrm{d}x + \int_{0}^{2} [f(x) - g(x)]\, \mathrm{d}x =$$
$$\int_{-1}^{0} (x^3 - 2x - x^2)\, \mathrm{d}x + \int_{0}^{2} (x^2 - x^3 + 2x)\, \mathrm{d}x.$$